

XVII.]

De atmosphaera lunae ex eclipsi solis annulari evicta.

¶ Quum nuper momenta eclipsis solis, quam hic nobis die 25^{to} praeteriti mensis Julii obser-
vare contingebat, exposuissem, ea tantum sum prosecutus, quae ad verum lunae motum ejusque
parallaxin accuratius definiendam pertinere videbantur. Obtulerunt se autem in observatione hujus
eclipsis alia quaedam insignia phaenomena, quae neque a lunae motu, neque ab ejus parallaxi pende-
bant, sed ita erant comparata, ut rationem refractionis radiorum lunae oraſ stringentium declarare
quaesivimusque inter astronomos jam pridem agitatam, utrum luna atmosphaera quadam sit cincta
hoc necesse decidere viderentur. Quamobrem hic ista phaenomena, quae in hac eclipsi a nobis sunt
animadvertens, diligentius evolvere, in eorumque causas inquirere constitui.

¶ Quò accuratius omnia, quae in hac eclipsi notanda occurrerent, nobis perspicere atque
ad mensuram revocare liceret, in aedibus meis conclave meridiem respiciens obscurum paravimus,
in quo astronomico 9 pedum per fenestras foramen ad solem directo, ejus imaginem in charta
alba excipimus. Chartam hanc quidem ad axem tubi normalem in tanta a tubo distantia firmavimus,
ut solis imago circulum super ea descriptum exacte repletet; tubum vero eo usque diduximus, ut
solis imago quam distinctissime super charta repraesentaretur; omnesque ejus maculae, quarum tam
plures in solis disco erant conspicuae, clarissime distingui possent. Tum vero machina ita erat
constituta, ut etiamsi tubus motum solis continuo sequeretur, charta pari motu lata perpetuo
eandem a tubo distantiam retineret, solisque imago constanter in circulo super charta descripto
continueretur.

¶ Hoc modo quum machina esset instructa, solisque imago perpetuo oculis esset exposita,
eclipsis expectavimus, cujus quidem initium ob frequentes nubeculas, quae solem saepe
obscurebant, nobis observare non licebat. Parum etiam nobis spei relinquebatur sequentes eclipsiſ
phases observandi, quum coelum continuo magis nubibus obduceretur. Interim tamen praeter
expectationem praecipuas phases, atque imprimis anulum quoad duravit, nobis egregie conspicari
contingebatur, quarum quidem momenta, quoniam a cl. Kiesio diligentissime sunt determinata;

atque Academiae exhibita, hic non repetam, sed eas res tantum commemorabo, quae ad instaurandum meum facere videbantur.

§ 4. Quum luna jam ultra medietatem in discum solis intrasset, solisque figura jam admodum falcata apparere coepisset, ut angulus, quo cornua clauderentur valde acutus evaderet, animadvertimus discum solis a circulo nostro in charta descripto non amplius capi, sed cuspidem extra eum porrigi, margo tamen solis ab his cuspidibus remotior adhuc exacte cum circulo conveniebat. Hoc scilicet phaenomenon ita apparebat, uti in figura 207 repraesentatur, ubi $AEDC$ est circulus in charta descriptus, et $GAGBG$ solis figura falcata, cujus cuspides G, G utriusque ultra circulum extendebantur, ut portiunculae EFG prominere, reliqua vero limbi portio adhuc exacte congrueret.

§ 5. Ita cuspidum G et G prominentia extra circulum deinceps continuo major deprehendebatur, quo acutiores fiebant cuspidum anguli G et G , donec tandem cum haec cuspidem coaluissent atque sol sub annuli forma apparuisset, totus ejus discus circulum notabiliter majorem exhiberet, quam erat is, quo initio perfecto continebatur. Circa medium autem figura annuli in charta depicta conspiciebatur, uti figura 208 repraesentat, ubi $AZBN$ est discus solis cujus punctum summum in Z , imum in N exhibetur, per quem ducta est recta horizontalis AB , altero termino A orientem, altero B occasum respiciens: et $azbn$ est discus lunae, et recta EF per utriusque centrum C et c transit, quae a recta verticali ZN circiter angulo 40° distare videbatur, exacte enim hunc angulum non sumus metiti, ad alia phaenomena magis attenti; maxima ergo annuli latitudo erat Ff minima vero Ee , quae illius parti quartae propemodum aequalis aestimabatur.

§ 6. Calculo autem astronomico pro hoc tempore collegi semidiametrum solis apparentem $= 952''$ et semidiametrum lunae $= 898''$, quae mensurae, antequam discus solis circa tempus quo annulus formari coepit, hanc dilatationem esset passus, satis exacte cum observatione conveniebant, ita ut hoc loco theoria nulla emendatione indigeat. Ex duratione porro annuli conclusimus minimam centrorum solis ac lunae distantiam fere $53''$ esse debuisse: unde si discus solis in regione ubi annuli maxima erat latitudo, nullam ampliationem passus esse assumatur, quoniam vidimus hanc ampliationem in iis tantum locis usu venisse, ubi limbi solis ac lunae se mutuo proxime contingebant, erat $CF = 952''$, $cf = 898''$ et $Cc = 53''$, ideoque $Cf = 845''$, ac propterea maxima annuli latitudo $Ff = 107''$, quae cum annuli figura, quam delineavimus, satis exacte convenit.

§ 7. Hinc apparet, nisi discus solis circa minimam annuli latitudinem in Ee fuisset dilatatus, quanta haec latitudo Ee esse debuisset. Si enim ponatur $CE = 952''$, ob $ce = 898''$ et $Cc = 94''$ foret minima annuli latitudo $Ee = 1''$, quae tamen manifesto nobis visa est quartae circiter latitudinis maximae Ff aequalis. Erat ergo latitudo Ee circiter $= 26''$, quum ea tamen, si discus solis nullam expansionem esset passus, plus uno minuto secundo continere non debuisset. Praeterea furti ad Viadrum, a celebri viro Pöhlar, idem phaenomenon est observatum, ubi distantia centrorum solis ac lunae adhuc minor erat quam hic; quum enim annulus ibi durasset $4'$, concludo centrorum distantiam circiter $35''$ fuisse, unde annuli latitudo maxima prodiret $89''$, ac minima $44''$. At minima latitudo quasi subdupla maximae, ideoque $44''$ aestimabatur, ita ut etiam ibi discus solis circa loca, ubi annuli latitudo erat minima, $25''$ perinde ac hic esset dilatatus.

Hinc igitur haec quaestio enascitur: quænam fuerit causa, cur discus solis in iis locis, in quibus lunæ intus fere tangebatur, sit dilatatus? quantitatem quidem dilatationis hujus, quam aestimavimus, non pro tam certa habendam esse judico, ut non error pluriùm minorum commissus esse possit, primo enim latitudinem annuli tam exacte mensurare non licuit; deinde ab colores, quibus tam solis quam lunæ margo constanter obsitus cernebatur, ille quidem rubro, veros utriusque limbi terminos discernere non licebat, interim tamen dubium superesse potest, quin minima annuli latitudo hic $10''$ superaverit, cujus dilatationis investigare operæ erit pretium.

Quaestio ergo huc redit, ut explicemus, (Fig. 209) cur extremus solis margo A , qui per radium AM stringentem, lunæ immediate contiguus conspici deberet, non in A , sed in a appareat, quæ in suo loco angulo ATa , quem $25''$ invenimus, non tamen multo supra $10''$ aestimamus, videatur spectatori in T constituto? hoc enim si fuerit expositum, intelligetur, quomodo annuli latitudo nulla, seu fere nulla esse deberet, ea tamen augmentum tot minorum marginum, quot angulus ATa continet, capere cernatur. Namque si margo solis a limbo lunæ, qui proximus, hoc modo elongatur, perspicuum est, ob hanc causam et solis cornua ante et post annulum distendi et latitudinem ipsius annuli, ubi est minima, expandi oportere.

§ 10. Antequam autem hujus phaenomeni explicationem suscipio, opinionem primo intuitu non improbabilem removeri conveniet. Qui enim ex descriptione aliarum eclipsium solis annularum intellexerunt, utramque annuli latitudinem et maximam et minimam simul majorem summam esse, quam est differentia inter diametros apparentes solis ac lunæ, ii plerumque sunt suspicati, in eclipsi solis annulari diametrum lunæ aliquanto minorem apparere, quam si extra solem cerneretur. In hunc autem modo, quo nos observationem instituimus, luculenter patebat, non lunam diminutionem, sed ipsum solem amplificationem quandam esse passum. Qui enim in ipsa eclipsi diametrum lunæ ad mensuram, eam calculo perfecte conformem deprehenderunt.

§ 11. Ut igitur ad amplificationem disci solaris in eclipsi annulari observatam revertar, primo eundem ad hoc phaenomenon vel leviter attendenti statim patet, ejus causam in refractione radiorum lunæ stringentium esse quaerendam. Facile enim perspicitur, si luna atmosphaera quadam tenui simili circumdata esset, ob refractionem radiorum oblique per eam transeuntium idem plane phaenomenon, quod in deflexione radiorum consistit, inde resultare debere. Non solum igitur nullum dubium superesse videtur, quin lunæ atmosphaera quaedam tribui debeat, sed etiam ex quantitate deflexionis ipsam hujus atmosphaerae densitatem definire licebit.

§ 12. Sit igitur (Fig. 210) corpus lunæ EMF atmosphaera tenui PQR cinctum, quam per totam latitudinem ejusdem densitatis esse ponamus, etiamsi ea procul dubio, perinde ut atmosphaera terræ a superficie continuo fiat rarior, donec tandem insensibiliter cum aethere totum spatium coeleste confundatur. Quoniam enim ex aliis phaenomenis novimus atmosphaeram lunæ prae ea, quae circumdatur, esse subtilissimam, sine errore varietatem, quae in diversis a superficie lunæ locis locum habet, negligere poterimus. Hoc posito quilibet radius lucis, qui in lunæ atmosphaeram intrat, certam quandam refractionem patietur, tum vero per ipsam atmosphaeram in linea recta transibit, et ubi iterum in aetherem inde erumpet, novam refractionem priori similem subibit.

§ 13. Consideremus jam radium lucis, a puncto S , sive sit stella, sive particula quaedam solem pertinens, emissum SP , qui in P in lunae atmosphaeram incidat, ut refractus lunae superficiem stringat in M . Spectator igitur in lunae puncto M constitutus punctum S ob refractionem non in vero suo loco conspiciet, sed in σ , quod punctum ipsi in coelo radius refractus MP productus repraesentabit. Quum autem recta haec MP , quia superficiem lunae tangit; horizontem referat, spectator in M positus punctum lucidum in horizonte conspiciet, quum id adhuc sub horizonte lateat, angulo $SP\sigma$, erit ergo hic angulus $SP\sigma$ refractioni horizontali, quam lunares sentire debent, aequalis. Vocemus ergo hunc angulum $SP\sigma$, seu refractionem horizontalem in luna visam $= \alpha$, quoad ejus valorem propius definire valeamus.

§ 14. Trajiciat porro iste radius PM totam lunae atmosphaeram, et in Q , ubi in aetherem denuo refringatur, unde secundum lineam rectam QT ad terram usque perveniat, et in T observatoris oculum afficiat. Hinc igitur punctum, unde iste radius pervenerat, in directione TQ producta ideoque in s situm esse judicabit. Nisi autem luna fuisset interposita, hoc idem punctum observator in vero suo loco S esset conspiciatus. Quodsi jam distantia hujus puncti S sit vehementer magna prae distantia lunae a terra, id remota luna ab observatore T conspici deberet in directione rectae PS parallela, quae ob angulum PQS ipsi angulo $SP\sigma = \alpha$ aequalem, ad directionem TQ inclinabitur angulo duplo $= 2\alpha$.

§ 15. Si igitur luna atmosphaera careret, punctum S observatori in T plane esset inconspicuum, atque post lunam lateret ad distantiam ab ejus limbo $= \alpha$. Atmosphaera ergo lunae hoc punctum S conspicuum reddet atque observatori T ita spectandum offerret, quasi in s esset positum, et quum lunae margo M ob radium MQT ad idem coeli punctum s referatur, observator in T positus punctum lucidum S margini lunae M contiguum conspiciet, ita ut a refractione atmosphaerae lunae punctum S de vero suo loco S per spatium $Ss = 2\alpha$ in coelo translatum cernatur. Conspectus igitur stellae, seu cujusvis puncti lucidi in coelo ante nobis a luna non eripitur, quam cum illud spatium $= 2\alpha$ post lunam sese absconderit. Quamdiu enim spatium, quo stella post lunam occultatur, minus fuerit quam 2α , tamdiu ea extra lunae limbum conspicietur.

§ 16. Verum consideremus quoque casum (Fig. 211.), quo radius SP per lunae atmosphaeram penetrans ipsum ejus limbum non amplius stringit, sed ab eo in data distantia MN transit, minor enim igitur hic radius tam in P quam in Q patietur refractionem, quoniam atmosphaera, quo magis supra lunam elevatur, eo rarior est concipienda; nihilo tamen secius in hac rariori regione viam radii PQ qua atmosphaeram trajicit, pro linea recta habere licebit. Considerari igitur debet spectator supra lunae superficiem ad altitudinem MN remotus, ubi sine dubio minorem refractionem horizontalem sidem percipiet, atque refractioni huic horizontali aequalis erit angulus $SP\sigma$, per quem sidus S elevatum apparebit, et quia radius PQ ad terram T usque pergens in Q parem refractionem patitur, observatori in terrae loco T constituto punctum lucidum S in s situm apparebit, ita ut intervallum duplo angulo $SP\sigma$ in coelo sit aequale.

§ 17. Sit distantia MN a lunae superficie tanta, ut observatori in terra T versanti appareat sub angulo α , et quia tota atmosphaerae lunae altitudo MK est valde parva, et ipsa refractionum minima, stellae S locus apparens s ipsi eodem intervallo $= \alpha$ a limbo lunae M remotus videtur.

hujus stellae locus, quem cerneret, si luna atmosphaera careret, centro lunae propior intervallo sS , quod duplo angulo $SP\sigma$ mensuratur. Quodsi ergo hic angulus $SP\sigma$ seu refractionis altitudini $MN = \alpha$ supra lunae superficiem respondens ponatur $= \zeta$, atque stella conspiciat a lunae limbo remota intervallo $= \alpha$, ut hinc locus stellae verus colligatur, oportet eam de apparente centrum lunae versus admoveere per intervallum $sS = 2\zeta$, unde si pro quavis a limbo distantia α constaret ei respondens refractionis horizontalis ζ , ex loco apparente cujusvis stellae locus verus facile determinari posset.

Ex dilatatione annuli solaris hic Berolini observata concludere licet, quod cum annulus, arctissimus, tantum unius minuti secundi esse debuisset, haec latitudo quasi evanescens incrementum $25''$ circiter acceperit. Hinc si limbus solis, seu stella a limbo lunae $25''$ remota apparente distantia plane nulla erit censenda, nisi forte ob rationes ante commemoratas loco $25''$ numerus veluti 20 aut 15 eligi debet. Tum vero ex copiosissimis observationibus, quibus atmosphaera lunae oppugnari solet, novimus, si stellae distantia a limbo lunae vel unum saltem minimum superaverit, mutationem quam ejus locus a refractione lunari patiat, fere prorsus imperceptibilem.

Quoniam ex theoria refractionis summopere difficile videtur, pro quavis a limbo lunae distantia effectum refractionis determinare, propterea quod diminutio densitatis atmosphaerae nobis incognita, aestimatione hoc negotium ita commodissime expediri videtur, ut formulam investigemus, quae phaenomenis quam proxime satisfaciat. Sit igitur distantia stellae cujuspiam a limbo lunae apparentis $= \alpha''$, et effectus refractionis huic distantiae respondens $= z''$, ita ut verus stellae locus hinc obtineatur, si locus apparens z'' propius ad centrum lunae admoveatur. Jam haec refractionis z ita ex distantia α definiri debet, ut si ponatur $\alpha = 20$, prodeat quoque $z = 20$, sin autem sit $\alpha = 60$, tum valor ipsius z tam fiat parvus, ut vix percipi queat, puta $5''$.

In hunc finem accipiam formulam latius patentem, statuamque $z = \frac{A}{1 + B\alpha^n}$, quoniam adnotati formula id commodissime obtineri, ut si distantia α fiat notabilis, valor ipsius z fiat quam minimus, dummodo sit exponens n modice magnus. Quodsi assumatur $n = 2$ ac duabus superioribus conditionibus satisfiat, reperietur haec formula

$$z = \frac{32}{1 + 0,0045 \alpha \alpha}, \text{ seu } z = \frac{32}{1 + \frac{1}{666} \alpha \alpha}$$

Si autem loco $5''$, quae distantiae $\alpha = 60''$ tribuimus, ponamus $4''$, obtinebitur

$$z = \frac{40}{1 + \frac{1}{400} \alpha \alpha}$$

Haec igitur formula ut simplicissima tantisper utamur, donec ejus loco certiore adhibere licebit, conclusiones enim ex hac, etsi erronea formula deducendae non tantum a veritate discrepabunt, ut fiat notabilis.

Ex hac igitur formula sequentem tabellam construxi, quae pro quavis sideris a limbo distantia apparente exhibet correctionem, qua ea minui debet, ut vera distantia obtineatur. Denotat scilicet α distantiam apparentem a limbo lunae et z correctionem seu effectum refractionis.

x	z	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
0''	40''	10''	32''	20''	20''	30''	12''	40''	8''	90''	2
1	40	11	31	21	19	31	12	45	7	100	2
2	40	12	29	22	18	32	11	50	6	110	1
3	39	13	28	23	17	33	11	55	5	120	1
4	38	14	27	24	16	34	10	60	4	130	1
5	37	15	26	25	15	35	10	65	4	140	1
6	36	16	24	26	15	36	10	70	3	150	1
7	35	17	23	27	14	37	9	75	3	160	1
8	34	18	22	28	13	38	9	80	2	170	1
9	33	19	21	29	13	39	8	85	2	180	1
10	32	20	20	30	12	40	8	90	2		1

§ 22. Secundum hanc ergo tabulam non solum phaenomeno nuperae eclipsis solaris, quum limbus solis a limbo lunae 20'' distare videretur, is ipsi revera esset contiguus, inde perspicitur, antequam limbus lunae uno minuto primo propius accesserit, effectum refractio-
 lunaris fuisse imperceptibilem. Vidimus enim in distantia 180'' seu 3' hunc effectum, ne ad unum
 quidem minutum secundum exurgere, ideoque pro nihilo esse reputandum, id quod observatum
 omnino est consentaneum. Quum autem haec tabula indicat, si distantia apparens x , sit punctum
 nescens, effectum refractionis esse 40'', seu punctum lucidum revera tanto intervallo post
 discum latere, si hic numerus recte se haberet, hanc sequeretur refractionem horizontalem
 lunaribus esse 20''. Simul vero intelligitur, etiamsi haec tabula sit erronea, tamen hanc erro-
 rem horizontalem adeo multum a vero aberrare non posse.

§ 23. Simul atque igitur limbus solis non ultra 40'' post lunam absconditur, nobis debet
 conspicuus, ex quo, si eclipsin solis annularem per calculum definire velimus, initium annularis
 antequam distantia centrorum excessui semidiametri solaris supra semidiametrum lunae
 Similique modo annulus disparebit aliquanto, postquam distantia centrorum differentiam semi-
 trorum iterum evasit aequalis. Scilicet si parallaxis horizontalis in luna assumatur 20'',
 apparere deberet, statim atque distantia centrorum quadraginta minutis secundis superaret differen-
 semidiametrorum; ideoque eclipsis foret annularis, etiamsi distantia centrorum nunquam minore
 quam differentia semidiametrorum, dummodo illa distantia hanc differentiam non plusquam
 superet. Atmosphaera itaque lunae efficit, ut eclipsis, quae sine ea annularis non foret, talis
 appareat, et ut annulus diutius duret, quam secundum calculum, neglecto atmosphaerae lunaris
 durare deberet.

§ 24. Neque tamen annulus tamdiu persistere posse videtur, quam refractione illa 40''
 cum enim stellae ob solis splendorem in coelo conspici nequeant maxime est verisimile, etiam
 lum ea parte, qua est nimis arctus, percipi non posse: quamdiu scilicet annuli latitudo
 menter parva et non ultra aliquot minuta secunda increscit, ea erit invisibilis, neque
 in conspectum prodit, quam notabilem jam latitudinem fuerit consecutus. Observavit

per eclipsi annulum subito cum notabili latitudine apparuisse, neque eum pedetentim et quasi per gradus esse firmatum; ex quo manifestum erat, annulum ob splendorem reliquae solis partis minus videri non potuisse, quam ad tantam amplitudinem excreverit, quanta sensui visus excitando par esset.

§ 25. Hic etiam annotari convenit, eos, qui directe in solem per tubum astronomicum sunt intiti, annulum diutius esse conspicatos, quam nos, qui imaginem solis in charta depictam sumus contemplati. Illis enim annulus per spatium 82" erat conspicuus, cum nobis is in charta ne unum quidem minutum primum durasse videretur, cujus discriminis ratio sine dubio in eo est posita, quod ii, qui directe solem aspexerunt, fortiores a radiis impressiones acceperint, ideoque annulum, cuius ejus latitudo adhuc valde esset parva, sentire potuerint, quippe qui etiam stellas quasdam aspexerunt: contra autem, quia in charta solis imago multo debilius exprimitur, mirum non est, annulum tardius apparere coepisse, citius que desiisse, cum, antequam ejus latitudo jam satis erat notabilis, impressiones in charta nimis essent debiles, quam ut sentiri potuissent.

§ 26. Quin etiam tam ante quam post annulum, cum sol falcatus appareret, cuspidis cornuum in charta non perfecte exprimebantur, sed circa extremitates obtusae et quasi rescissae conspiciebantur, cujus phaenomeni causa ex allatis est manifesta. Extremitates enim cuspidum *G* et *G* (Fig. 207) nimis erant angustae, quam ut radii inde in oculos vel in chartam incidentes sensum vel imaginem excitare potuissent. Namque quatenus latitudo hujus cuspidis diametrum stellae, quae in hoc loco inconspicua fuisset, non separabat, eatenus quoque in oculos non cadebat; ubi autem cuspidis terminari cernebatur, ibi jam satis notabilem latitudinem habere videbatur. Hocque adeo phaenomenon simile est ei, quod supra de latitudine, quam annulus habere debet, antequam sensum visus afficere valeat, commemoravimus.

§ 27. Ob hanc igitur causam initium annuli non in eo temporis puncto est constituendum, ubi distantia centrorum solis et lunae differentiam semidiametrorum 40" excedit, siquidem refractionem horizontalem in luna recte 20" aestimamus; sed initium annuli tum demum statui debet, quum ejus latitudo jam satis larga evaserit, atque diametrum stellarum in hac regione invisibilium superaverit. Nobis quidem latitudo annuli in primo initio viginti minutis secundis minor non apparuit, unde colligere licet, annulum ante non in conspectum venire, quam ejus latitudo ultra 20" increverit, tum autem subito cum hac latitudine apparere incipire. Neque vero hunc terminum certo definire licet, cum quo quisque excellentiori tubo utatur, per quem solem intueatur, eo citius quoque annulum clausum sit spectaturus: in charta autem si solis imago repraesentatur, hi limites adhuc ulterius erunt extendendi.

§ 28. Ad eclipsin solis annularem calculo definiendam sit:

$$\begin{aligned} \text{semidiameter solis apparens} &= a \\ \text{semidiameter lunae apparens} &= b \\ \text{ac differentia semidiametrorum ponatur} &a - b = d. \end{aligned}$$

Suppono (Fig. 212) recta *AB* via apparens centri lunae respectu centri solis, quod tanquam immotum consideretur, unde perpendicularis *SL* ad *AB* demissa exhibebit minimam centrorum distantiam,

quae sit $SL = c$, atque haec distantia SL , siquidem eclipsis est annularis, valde erit parva. Erat autem eclipsis annularis, cum centrum lunae pervenerit in A , finis autem incidat in B ; erit ergo area perinde ac SB aequalis summae semidiametrorum $a + b$ et quia SL tam est parva, ipsa spectata seu via apparens, quam centrum lunae ab initio ad finem describit, summae $SA + SB$ censeri poterit, ita ut sit $AB = 2a + 2b$.

§ 29. Sit porro t tempus totius eclipsis, atque centrum lunae spatium $AB = 2a + 2b$ tempore t uniformiter percurrere assumi potest. His positis annulus apparere incipiet, quando centrum lunae pervenerit in M , ut sit SM aequalis differentiae semidiametrorum $a - b = d$, auctae $40''$, tum vero minutae ea quantitate, quam annuli latitudo habere debet, antequam fiat conspicuus. Quod si ergo assumamus percipi non posse, nisi ejus latitudo $20''$ superet, initium annuli erit in M , ut sit $SM = d + 40'' - 20'' = d + 20''$. Similique modo sumto $SN = d + 20''$, finis annuli cum loco centri lunae N conveniet. Dummodo igitur fuerit $d + 20''$ majus quam $SL = c$, erit annularis, hoc est dummodo minima centrorum distantia SL minor fuerit quam $d + 20''$.

§ 30. Duratio igitur annuli reperietur, quaerendo quartam proportionalem ad distantias MN et tempus t . Erit autem $ML = \sqrt{(d + 20'')^2 - cc}$, ideoque $MN = 2\sqrt{(d + 20'')^2 - cc}$, si tempus, per quod annulus est conspicuus, vocetur $= \vartheta$, erit:

$$2a + 2b : 2\sqrt{(d + 20'')^2 - cc} = t : \vartheta,$$

ideoque $(d + 20'')^2 tt - cctt = (a + b)^2 \vartheta \vartheta$.

Hinc si cognita sit duratio annuli ϑ , duratio totius eclipsis t et semidiametri apparentes solis a et lunae b , unde habetur $d = a - b$, vicissim ex observatione eclipsis annularis concludi poterit minima centrorum solis ac lunae distantia $SL = c$, erit nempe

$$c = \sqrt{(d + 20'')^2 - (a + b)^2 \frac{\vartheta \vartheta}{tt}}.$$

§ 31. Quodsi jam hanc formulam ad nuperam eclipsin solis annularem transferemus, erit

$$\text{semidiameter solis apparens } a = 952''$$

$$\text{semidiameter lunae apparens } b = 898'',$$

ideoque $a - b = d = 54''$, et $d + 20'' = 74''$.

Deinde tempus totius eclipsis ex observationibus conclusum est $3^h 6'$, et tempus durationis $1' 22''$, unde fiet $t = 11160''$ et $\vartheta = 82''$, atque ob $a + b = 1850$, reperietur minima centrorum distantia

$$SL = c = \sqrt{74^2 - \frac{1850^2 \cdot 82^2}{11160^2}} = \sqrt{5291} = 72'' 44'''.$$

Fuisset ergo minima centrorum distantia $72 \frac{3}{4}$ minutorum secundorum, quam tamen per calculum tantum $51''$ inveneram.

§ 32. Ostendi autem in praecedente dissertatione, ubi hanc eclipsin ad calculum revocaui, parallaxin lunae, quae vulgo in tabulis traditur, notabiliter diminui oportere, ut minima centrorum distantia ad $51''$ exurgat, unde haec parallaxis adhuc multo magis diminui deberet, ut minus

centrorum adeo ultra 72'' augetur. Cum autem elementa hujus eclipsis tantopere a vero non videantur, magis verisimile est differentiam semidiametrorum d non 20'', sed minori augeri debere; quod fieret, si refractione horizontalis in luna non 20'', sed tantum 15'' statueretur, enim pro $d = 20$ scribi debere $d = 10''$, seu 64'', unde prodiret $c = 62\frac{1}{2}''$, ita ut semidiametrorum per calculum inventa 51'' tantum 11 $\frac{1}{2}''$ augeri debeat; tam parvam autem correctionem elementa hujus eclipsis requirere non improbable videtur.

33. His igitur argumentis indubitate evincitur lunam quoque atmosphaera quadam esse, etiamsi forte multo sit tenuior, quam observationibus nostris est aestimata: cum enim medium eclipsis discus solis notabile augmentum ceperit, quanquam id exacte mensurare non possit, hoc phaenomenon nulli alii causae nisi atmosphaerae lunari adscribi potest. Interim tamen determinationibus, quas hic pro radiorum per lunae atmosphaeram transeuntium refractione tribuatur: atque adeo ex ipsis observationibus, cum theoria collatis admodum probabile est refractionem lunae horizontalem, quam 20'' statueram, vix 10'' superare; unde diameter solis augmentum 20'' accipere queat. Multo autem minus certi quicquam statuere licet circa diminutionem hujus refractionis, quae radiis longius a luna praetereuntibus conveniat, quamvis haec diminutio tanta videatur, ut pro radiis, qui ad distantiam aliquot minutorum primorum a limbo lunae per ejus atmosphaeram penetrant, refractione omnino fiat imperceptibilis.

34. Quodsi nobis contingeret denuo hujusmodi eclipsin solis annularem observare, operae pretium foret singula phaenomena, quae amplificatio disci solaris suppeditaret, omni cura ad mensuram revocare, ut inde non solum radiorum limbum lunae stringentium refractione, sed etiam secundum quam refractione radiorum longius a luna praetereuntium minuitur, accurate definiri queat. Cum autem vix nobis talem eclipsin expectare liceat, ad alia phaenomena, quae saepius sese nobis contemplationi offerunt, erit confugiendum. Atque ex hoc genere aptissima videntur ea, quae occultationes stellarum fixarum a luna nobis suggerunt; quum enim stellam fixam, quoad lunae fiat visibilia, conspicari liceat, mutatio quaedam in ejus loco, quae a refractione lunari proficiscatur, adverti debet, dummodo instrumenta satis fuerint exacta, ut hujusmodi minutias indicare valeant.

35. Eligatur nimirum stella fixa, illi, quae occultationem a luna est subitura, tam propinqua, ut ambae simul per tubum astronomicum conspici queant; atque modico temporis intervallo, antequam occultatio accidit, ope exquisiti micrometri mensuretur harum stellarum distantia, quae intra unum minutum secundum obtineri posse videtur, siquidem tubi longitudo sit 10 pedibus minor neque distantia 15' excedat. Hoc modo, quia radii a stella occultanda nullam adhuc refractionem subeunt, reperietur vera istarum stellarum distantia in minutis secundis satis praecise expressa. Quando expectetur occultatio, atque ipso momento, quo ea contingit, denuo mensuretur distantia eadem stellarum, et notetur differentia inter hanc distantiam et eam, quae ante est inventa: atque ex hoc discrimine non difficile refractione lunae horizontalis concludetur, si quidem diameter appareat lunae, ejusque situs momento occultationis, respectu ambarum stellarum, fuerit cognitus; quas distantia per observationem simul determinari queant, ex theoria motus lunae depromere licebit.

36. Sit scilicet distantia stellarum vera $= m''$, quam micrometrum multo ante occultationem ostendit, ipso vero occultationis momento appareat stella occultanda, in limbi lunae puncto S (Fig. 213).

Si altera vero stella sit in A , atque nunc assumamus distantiam harum stellarum AS deprehendi, ut sit $AS = m'' - \mu''$. Quoniam porro ex theoria semidiameter lunae apparet satis exacte datur, atque angulus ASL vel ex theoria vel ex duratione occultationis colligi potest, sit iste angulus $ASL = \varphi$; et quia ob refractionem locus stellae a centro elongatur, sit hoc momento verus stellae locus in s , erit $As = m''$ et, si $At = AS$, $st = \mu''$, unde ob angulum $Sst = 180^\circ - \varphi$ proxime concludetur effectus refractionis

$$Ss = \frac{\mu''}{\cos(180^\circ - \varphi)} = -\frac{\mu''}{\cos \varphi},$$

cujus semissi refractione lunae horizontalis aequalis censi debet.

§ 37. Consultum autem erit ad hoc institutum ejusmodi occultationes eligere, quibus fixa S obscurum lunae limbum subit, quod evenit circa priorem quadraturam. Si enim stella lunae limbum illuminatum appellit, ejus lumen jam ante occultationem, ab eximio lunae splendor ita offuscatur, ut stella jam ante momentum occultationis evanescat, nisi forte sit primae magnitudinis. Etsi enim hoc casu lunae limbus non apparet, tamen ipsum occultationis momentum temporis punctum indicat, quo stella lunae limbo erat contigua. Interim tamen quoque juvabit modo appulsus stellarum ad limbum lunae illuminatum examini subicere, ut inde intelligamus refractione prope limbum illuminatum, a refractione prope obscuratum diversa sit, nec ne? quia enim circa regionem illuminatam lunae atmosphaera tam indesinenter radiis solis est exposita, suscipi licet eam hoc tempore tantopere attenuari, ut refractione multo minor existat. Haecque est causa, quod adhuc iste refractionis effectus in occultationibus non sit animadversus.

§ 38. Deinde vero etiam in hoc erit praecipue incumbendum, ut jam antequam stella occultetur, perpetuo et quasi singulis momentis ejus distantia ab altera stella fixa summa diligentia investigetur, quoniam hanc distantiam jam ante ipsum appulsum ad lunam sensim diminui debere evincit. Sic enim ex observationum serie, si theoria in subsidium vocetur, pro qualibet observatione distantiae stellae apprensae a limbo lunae concludi, eique conveniens refractione definiri poterit, simili modo quem ante pro ipso occultationis momento commendavi. Atque si plures hujusmodi observationes diligenter fuerint institutae, ex iis tabula § 21 tradita emendari, vel potius levi opera nova construere poterit, cujus ope deinceps cuncta phaenomena ab atmosphaera lunae oriunda accuratius assidue queant.

§ 39. Minime igitur mirandum est, insignem hanc et inter astronomos jam a longo tempore multum agitatam quaestionem: utrum luna atmosphaera sit praedita, nec ne? adhuc non esse decisam. Quamvis enim occultationes stellarum fixarum a luna saepissime eveniant, tamen effectus refractionis, quia tam est exiguus in ipsis stellis fixis, quae occultantur, nullo modo percipi potest nisi distantiae earum ab aliis diligentissime jam ante sint exploratae, et circa ipsam occultationem denuo accuratissime mensurentur. Hoc autem modo fortasse adhuc nemini astronomorum in mentem venit in atmosphaeram lunae inquirere; aut si forte in hanc methodum inciderint, satis exiguus instrumentis destituti hanc indagationem relinquere sunt coacti. Qui autem hoc opus suscipere voluerit, nescio an non micrometrum Kirchianum, dummodo cochleae intus in cuspides desinat

Observandum sit iis, quae summa cura atque ingentibus sumtibus nunc parari solent. Si enim stellarum cuspides ambabus stellis semel fuerint admotae, facillime apparebit, si earum stellarum distantia diminuatur, atque ipsa diminutio per cochlearum revolutionem non difficulter definiatur.

§ 40. Physicae quidem sanioris principia atmosphaeram lunae extra dubium collocant. Sed quod observationes nobis patefecerunt, non minus mirum videtur, atmosphaeram lunae tantum esse tenuem, ut ejus effectus fere evanescat. Cum enim super terra refractionis horizontalis gradum superet, si luna pari atmosphaera atque terra esset cincta, sidera prope lunae ultra gradum de suo loco detorquerentur: nunc igitur, cum iste effectus fortasse vix 20'' aerem lunarem fere ducenties rariorem esse oportet quam nostrum; ex quo concludere ex superficie lunae vel nullos plane vapores ascendere, vel materiam lunae tam esse solidam ut nulli fere evaporationi sit obnoxia: quin etiam usu longiorum tuborum astronomi jam detecti, maculas illas obscuriores in luna, quae vulgo pro aquis et lacubus haberi solent, pro regionibus potius aridis, sive speluncis, sive silvis haberi oportere, quam pro humidis.

