

SECTIO PRIMA  
DE  
STATV AEQVILIBRII  
FLVIDORVM.

Auctore

L. EULERO.

---

CAPVT I.

DE  
NATVRA ET VARIETATE  
FLVIDORVM.

Phaenomenon I.

I.

**S**i fluidum a vi quacunq. pressum in aequilibrio versetur, tum pressio per totam fluidi massam ita aequaliter diffunditur, vt omnes eius particulae parem vim sustineant.

Tom. XIII. Nou. Comm.

Qq

Illu-

## Illustratio.

Sermo hic est de fluido in aequilibrio existente quod propterea omni motu destituitur, non obstante vi, qua id premi assumimus: vel si primo actionis initio, motus quidam in fluido fuerit exortus, eo demum cessante hic status fluidi consideratur, ita ut fluidum iam et pressionem sustineat, et in aequilibrio versetur. Quod quo clarius percipiatur, sit fluidum vasi  $A B C D E F$  inclusum, in quo ope emboli  $p O$  tubo  $A B b$  insertae data vi prematur, cuius directio in  $O$  ad superficiem fluidi perpendicularis est intelligenda. Nunc igitur quando affirmamus hanc pressionem per totam fluidi massam diffundi, id primo, respectu parietum vasis ita est interpretandum, ut si uspiam esset foramen embolo  $O$  aequale et operculo  $C D$  claudendum, id parrem vim esset sustentaturum, ideoque aequali vi apprimendum, ne a fluido depellatur, cuius quippe vis operculum vrgens  $n q$  ipsi vi prementi  $p O$  est aequalis. Si aliud simile operculum  $c d$  maius minusve concipiatur quam basis emboli  $O$  vis id secundum directionem  $m r$  vrgens in eadem ratione maior erit minorue quam vis emboli. Vbique ergo vasis parietes intus a fluido pelluntur talibus viribus, quae si spatiola, in quae agunt, basi emboli  $O$  sint aequalia, singulae ipsi vi embolum trudenti erunt aequales: deinde vero observandum est singulas has vires in superficiem, quam vrgent, esse perpendiculares, quod quidem ex notione pressionis per

per se est manifestum. Denique haec pressio non solum in latera vasis intus agit, sed etiam per vniuersam fluidi massam aequae viget, in medio namque fluidi si concipiamus molem quamcunque  $fgb$  haec a fluido ambiente vndeunque pari vi comprimetur, eamque idcirco sustinere debet, ne in spatium angustius compellatur, vbi quidem pariter liquet, has vires perpetuo in spatia, quibus applicantur esse normales. Hic autem perinde se res habet, siue moles  $fgb$  sit corpus peregrinum, siue ipsius fluidi vas implentis pars.

Coroll. 1.

2. Si ergo emboli basis  $O$  dicatur  $=ff$  et vis embolum vrgens  $=p$ , tum sumto in vasis lateribus spatiolo  $CD=ff$  id extrorsum pelletur vi  $nq=p$ , sin autem aliud sumatur spatiolum  $cd=gg$ , id sustinebit vim  $nr=\frac{cg}{ff}p$  cum sit haec vis ad illam  $p$  vti  $gg$  ad  $ff$ .

Coroll. 2.

3. Cum virium mensura commodissime a ponderibus petatur, si loco vis  $p$  substituamus pondus columnae, basin  $=ff$  et altitudinem  $=a$  habentis, quae quidem ex nota materia constare est concipienda, tum soliditas  $aff$  praebebit mensuram vis  $p$  hincque pro alio quocunque spatiolo  $gg$  vis id vrgens erit  $=agg$ .

Qq 2

Coroll.

## Coroll 3.

4. Hic ergo modus vim prementem  $p$  exhibendi hoc insigne praestat commodum, ut sola illius columnae altitudo  $a$  sufficiat omnibus pressionibus, per totam fluidi massam cognoscendis: quodlibet enim spatium vim sustinet aequalem ponderi columnae, cuius basis ipsi isti spatulo aequatur altitudo vero perpetuo est  $=a$ .

## Scholion 1.

5. Hic manifesto assumimus fluidum a nulla alia vi sollicitari praeter eam qua embolus vrgetur: a grauitate igitur aliisque similibus viribus, quae immediate in singulas fluidi particulas agere solent, hic mentem omnino abstrahi oportet. Fluidum ergo vasi inclusum grauitatis experti concipi debet, et sub hac tantum conditione phaenomenum est accipiendum: si enim fluidum grauitate esset praeditum, partes inferiores praeter pressionem emboli etiam a pondere superiorum deprimerentur, indeque eueniret, ut vasis latera circa fundum maiori vi premerentur, quam in summitate. Quemadmodum autem a grauitate aliisque similibus viribus pressio-num aequalitas hic stabilita perturbetur, deinceps tam pro statu aequilibrii quam motus inuestigabimus, hoc loco tantum notasse iuuabit maximum discrimen inter vires externas seu extrinsecus in fluidum agentes, cuiusmodi est haec vis embolo applicata

cata, et inter vires grauitati fimiles; quae quasi intus singulas fluidi particulas follicitant esse confi- tuendum.

Scholion 2.

6. Mirum omnino videri debet, quod ab vnica vi, eaque quantumuis parua quasi innumera- biles nouae vires quantumuis magnae generari queant. Statim enim ac fluidum in spatiolo  $O$  ab embolo premitur, tota simul vasis cauitas interna, quan- tumuis ea fuerit ampla in singulis elementis a pa- ribus viribus vrgetur, si fcilicet elementa bafi em- boli  $O$  aequalia capiantur, ex quo amplitudinem vasis augendo haec multiplicatio in infinitum ex- pandi potest. Deinde etiam caedem vires subsistere possunt, etiamfi vis embolum premens in infini- tum diminuatur, dummodo emboli bafis in eadem ratione imminuatur: quem enim effectum producit vis  $p$  in spatiolum  $ff$  agens, eundem plane effe- ctum producit vis  $\frac{1}{1000}p$  in spatiolo  $\frac{1}{1000}ff$  applicata. Quod etfi summopere est mirandum, tamen neuti- quam vt absurdum legibusque naturae contrarium spectari debet, neque enim staticae praercepta ideo in- dubium vocari solent, quod vires minimaee ope ma- chinarum in immensum augeri posse ostenduntur. Cum legibus autem naturae hoc paradoxon ita con- ciliare licet, vt dicamus ab his viribus etiam in immensum multiplicatis nullam actionem produci: quandoquidem fluidum in aequilibrio statuitur. Sub-

lato autem aequilibrio simul atque motus exoritur, ab his tot tantisque viribus non maior effectus producitur, quam qui fit illi vi principali embolum sollicitanti consentaneus.

### Scholion 3.

7. Quoniam vidimus a sola vi embolum *O* premente tot vires quasi per vniuersam fluidi massam excitari, eaque duplicata etiam has fieri duplo maiores hinc tuto concludi posse videtur, si eidem vasi duo huiusmodi emboli accommodentur, quorum vterque vi eadem prematur, etiam omnes pressiones in fluido duplicari debere, haec certe conclusio ei canoni inniti videtur, quod causa geminata etiam effectus duplicetur. Nihilominus tamen minus haec argumentatio profus est fallax: neque duo illi emboli quicquam amplius praestabunt quam vnus, quod etiam tenendum est, si multo plures eodem modo adhiberentur, quod ingens paradoxon facile diluetur, si circumstantias phaenomeni probe perpendamus. Cum enim vis *np* in basin *nff* non maiorem producit pressionem, quam vis *p* in basin *ff* agens, euidens est a duabus pluribusue aequalibus viribus, quarum singulae embolos aequae amplos trudent, eandem plane in fluido pressionem oriri debere atque ab vnica: hocque ergo casu falsum est a causa duplicata effectum duplicatum produci. Hoc autem clarius inde intelligitur, quod operculum *CD* foramen embolo *O* aequale tegens tanta vi appri-

apprimi debeat, quanta vi embolum agit, si igitur loco operculi similis embolus adhibeatur, ei quoque aequalis vis applicari debet, eum tantum in finem, vt aequilibrium conseruetur: neque ergo inde noua pressio in fluido generari poterit: sin autem hic alter embolus maiori minoriue vi impellatur, aequilibrium plane tollitur atque effectus inde oriundi determinatio non ad hunc locum pertinet.

### Conclusio.

8. Ex hoc phaenomeno colligimus naturam fluidorum aptissime in ea proprietate collocari, quod quaelibet pressio iis applicata per totam eorum massam ita diffundatur vt omnes eorum partes eandem sentiant pressionem, quatenus scilicet fluidum in aequilibrio persistit.

### Explicatio.

9. Natura fluidi in eiusmodi proprietate consistui debet, quae non solum omnibus fluidis sit communis, sed etiam vt omnis materia in quam eadem proprietas competit, recte pro fluido habeatur. Aequabilis autem cuiusque pressionis diffusio per omnes fluidi partes vtique eiusmodi est proprietas, quae non solum in omnibus fluidis agnoscitur, sed etiam omnes materiae statim ac proprietate hac fuerint praeditae, merito ad genus fluidorum referuntur; tum vero etiam nulla materia hac proprietate desti-

destituta pro fluida haberi potest. Necessario autem haec proprietas omnia fluidorum attributa inuoluit, quae vulgo tam in particularum summa paruitate, quam cohaesionis defectu constitui solent, vt facillime sibi mutuo cedere et inter se agitari queant, nisi enim particulae essent minimae et dissolutae, perspicuum est nostram proprietatem nullo modo locum habere posse. Praecipuum autem momentum in hoc consistit, quod ex hac proprietate omnia tam aequilibrii, quam motus fluidorum principia planissime deriuari possunt, ita vt quaecunque materia hac proprietate fuerit praedita, ea necessario tam in aequilibrio, quam motu leges istis principiis innixas sequi debeat. Cum igitur huic soli proprietati vniuersa aequilibrii motusque fluidorum doctrina felicissimo successu superstruatur, dubium plane est nullum quin vera fluidorum natura et essentia in ea proprietate constitui debeat.

### Scholion i.

10. Primum autem statim hac proprietate corpora fluida maxime distinguuntur a corporibus solidis: quacunq; enim vi corpus solidum tabulae apprimitur, eandem praecise vim tabula sustinet idque in eadem directione, neque inde in corpore vlla vis latera nascitur. Scilicet si in vase ante considerato A B C D E F, corpus solidum contineretur, vel si fluidum in eo contentum per congelationem in solidum transmutaretur, tum id ab  
embo-

Tab. V.  
Fig. I.



embolo *O* pressum fundum tantum oppositum *E d* pari vi urgeret, multo minus adeo sursum circa *A* et *B* vas impelleret, quemadmodum a fluido fieri obseruauimus. Tum vero etiam haec proprietas fluidum distinguit ab acruo minimorum corpusculorum solidorum: veluti si idem vas arena esset repletum tum quidem a pressione emboli *O* non solum fundum, sed etiam latera vasis quampiam vim sentirent, ut foramine pertuso arena erumperet, verum tamen hae vires nequiquam inter se forent aequales, uti fit in fluido, sed fundum embolo oppositum semper maiorem vim sustineret quam latera. Quin etiam vis in latera exerta maxime foret inaequalis, dum a dispositione singulorum granulorum, prouti alia ab aliis impelluntur pendet, quemadmodum ex principiis staticis colligere licet: vix autem arena superne circa *A* et *B*, si ibi foramen fieret, esset eruptura.

### Scholion 2.

11. Hinc igitur sequi videtur materiam fluidam nequiquam pro congerie plurimorum corpusculorum solidorum minimorum qualem acruus arenae exhibet haberi posse: quoniam talis congeries nequaquam ea proprietate, in qua fluidorum naturam constituimus, foret praedita: neque etiam perfecta lubricitas his particulis solidis adiecta negotium conficere potest. Si fortasse ipsis insuper motus intestinus tribueretur, qualis a calore oriri concipitur,

etiam si in sensus non incurrat, phaenomeno proposito satisfaceret, cum per experimenta subtilissimus marmoris pulvis in vase igni expositus naturam fluidi mentiatur: interim tamen merito adhuc dubitamus, an in tali materia pressiones quaquaerfus aequaliter diffundantur? Hinc igitur in physica, quaestio, vtrum vltimae fluidorum particulae pro solidis haberi queant nec ne? minime adhuc confecta est censenda, neque minus dubium etiamnum videtur an vltimae solidorum particulae recte pro solidis habeantur? quoniam enim plurima corpora solida ope caloris fluida reddi possunt; si soliditas minimarum particularum fluiditati aduersaretur, ea etiam in huiusmodi solidis, admitti non posset.

Haud magis etiam liquet, quid de materiis semi-fluidis sit sentiendum, cuiusmodi sunt mel, exangia, aliaque olea crassiora, in quibus non tam particulae solidae implexae, quam nimia cohaesio fluiditati obistere videtur. Ita etiam cera, quae in frigore est corpus satis durum, calori exposita mox butyri consistentiam adipiscitur, tum instar mellis fit corpus semi fluidum, aucto vero calore tandem ita perfecte fit fluidum, vt minimos corporum poros penetrare valeat, veluti ex iniectionibus anatomicis constat: hoc ergo casu omnes gradus a maxima duritie ad perfectam fluiditatem distinguere licet, qui ita continuo nexu inter se cohaerent, vt difficile sit limites assignare, vbi soliditas desinit et  
fluidi-

fluiditas incipit. Dum autem aqua congelascens in glaciem conuertitur, haec transmutatio quasi puncto temporis efficitur.

Scholion 2.

12. Non hic locus est super eiusmodi quaestionibus disputandi, neque etiam earum enodatio ad praesens institutum ullam vtilitatem esset allatura. Hic nimirum sufficit ostendisse dari eiusmodi materias, quibus fluidorum definitio hic data conveniat: verum etiam si tales materiae, quae pro perfecte fluidis haberi queant, in mundo non existent, nihilo tamen minus scientia cuius fundamenta hic stabilire constitui subsisteret, summumque adeo usum esset habitura: perinde ac quae a mechanicis de corporibus vel perfecte duris, vel perfecte elasticis traduntur, summa vtilitate non destituuntur, etiam si existentia huiusmodi corporum in dubium sit relinquenda. In leges itaque tam aequilibrum quam motus eiusmodi corporum sum inquisiturus, in quae definitio fluiditatis hic data competat, parum sollicitus; vtrum in mundo talia corpora existant nec ne? Interim tamen nullum est dubium, quin aquae natura tam prope ad hanc definitionem accedat, vt nulla aberratio ab hac theoria sit metuenda, quod pariter de aliis materiis aequae liquidis est tenendum. Aer autem multo magis hac fluiditatis proprietate est praeditus; atque in aethere ne minimus quidem perfectae fluiditatis defectus admittendus videtur:

R r 2

haec

haec autem diuersa fluida ob alias rationes maxime a se inuicem discrepant, quod discrimen pariter ex phaenomenis accuratius inuestigari conuenit.

### Phaenomenon 2.

13. Alia fluida ita comparataprehenduntur, vt quantumuis magna vi premantur, idem semper volumen retineant: alia vero huius sunt indolis, vt quo maiori vi premantur, in eo minus spatium redigantur, antequam ad aequilibrium perueniant: in utroque autem genere proprietas fluiditatis ante memorata aeque locum habet.

### Illustratio.

Prior indoles, qua fluidum perpetuo idem volumen conseruat quantacunque vi prematur, in aqua aliisque similibus fluidis obseruatur: posterior vero aëri potissimum est propria, qui aucta vi premente continuo in spatium angustius comprimē se patitur. Quodsi nimirum A B C D E F aquam contineat, eaque ope emboli A O B prematur, quantumuis siue magna vi siue parua embolus adigatur, aqua semper idem volumen in vase occupabit, neque embolus etiamsi in infinitum aucta vi premente quicquam vterius in tubo protrudi potest; verum vas ipsum potius diffingetur. Ponamus autem iam aqua effusa, in vase nihil praeter aërem contineri, eumque iam a data vi embolum vrgente  
in

Tab. V.  
Fig. 2.

in statum aequilibrii esse redactum, ut nunc in vase spatium vsque ad *o* vbi emboli basis cernitur, occupet; in hocque statu per totam massam eadem illa pressio reperiatur, qua embolus vrgetur, vti naturae fluiditatis postulat. Hoc posito si vis in embolum agens augeatur, is simul profundius in vas adigetur, donec in aequilibrium peruenerit et quo magis vis illa intendatur, in eo minus spatium aer comprimetur. Contra vero minuta vi premente, ea non amplius aërem in hoc statu retinere valebit, sed retropelletur aëre se in maius spatium expandente, donec in eum statum perueniat, vbi haec minor vis aequilibrium fuisset productura. Hocque discrimen inter aquam et aërem maxime notari meretur.

Coroll. 1.

14. Aqua igitur perpetuo eandem conseruat densitatem siue a maiore vi comprimatur siue a minore, siue etiam prorsus a nulla: vnde de aqua praedicari potest, quod cuius pressioni eadem densitas respondeat.

Coroll. 2.

15. Aëris autem ratio longe aliter est comparata, cum vis maior eum in minus spatium adigendo, ipsi tanto maiorem densitatem inducat. Ad quamuis ergo vim prementem certus densitatis gradus est affectus, et vicissim quaeuis densitas certam vim comprimentem supponit.

R r 3

Coroll.

## Coroll. 3.

16. Si igitur vis premens certae cuidam basi innixa ponatur  $=p$  et densitas fluidi  $=q$ , cum scilicet in aequilibrium fuerit redactum: tum pro aqua  $q$  est quantitas constans neutiquam a vi  $p$  pendens: pro aëre vero  $q$  est certa quaedam functio ipsius  $p$ , ita ut data altera, altera simul determinetur.

## Scholion 1.

17. Non obstante hac insigni differentia, tam aër quam aqua ad genus corporum fluidorum aequè refertur, propterea quod natura fluiditatis supra stabilita utrique conuenit, in modo tractandi hinc maximum discrimen nascitur, siquidem in motus inuestigatione potissimum ratio densitatis a qua inertia pendit est habenda. Aqua igitur eiusmodi est fluidum, cuius densitas perpetuo manet inuariata, quomodocunque a viribus vrgeatur, quippe a quibus in minus spatium coarctari omnino nequit, ita ut ab actione virium eius densitas nullam mutationem patiatur, ex quo aqua fluidum vocari solet nullius compressionis capax. Aëri autem contra densitas, quae suae naturae sit propria, tribui nequit, quoniam prout a maioribus vel minoribus viribus vrgetur, maxime diuersos densitatis gradus recipere potest. Hinc aër dicitur fluidum compressionis capax, et quoniam cessante vi comprimente sponte se iterum relaxat, et in maius spatium ex-

pan-

pandens densitatem imminuit, vis elastica ei tribuitur. Omnino enim quanta vi opus est ad aërem in datum densitatis gradum redigendum, tanta praecise vi pollet se iterum expandendi, quemadmodum aequalitas inter actionem et reactionem postulat. Ex quo patet hanc vim elasticam aëris perpetuo vi comprimenti esse aequalem, neque differre a viribus inde per totam massam diffusis, quibus tam parietes vasis, cui aër est inclusus, quam omnes partes inter se vrgentur. Quamobrem elasticitas aëri tributa ab illa vi pressionis per primum phaenomenon stabilita non est distinguenda, quae cum etiam aquae sit communis, aliud discrimen hic non est admittendum, nisi quod aqua constanti praedita sit densitate, aër autem variabili, quae in omni statu a vi premente determinetur.

### Scholion 2.

18. Experimentis autem eundem solet, densitatem aëris proxime esse vi comprimenti proportionalem, facile autem intelligitur hanc proportionalitatem non ultra certos limites locum habere posse. Si enim densitas semper esset vi comprimenti exacte proportionalis, inde sequeretur evanescente hac vi etiam densitatem evanescere debere, ita ut minima aëris portio a nulla vi compressa, se in spatium infinitum esset expansura, quod merito absurdum videtur. Contra autem non minus absurdum foret, vi comprimente in infinitum aucta, etiam densitatem

tem fieri infinite magnam, sicque aëris massam quantumvis magnam in spatium euanescens compelli posse. Quae ambo incommoda ut evitentur statuendum est pro aëre tam dari densitatem minimam eamque finitam, quam cessante vi comprimente recipiat: quam etiam maximam pariter finitam, ad

Tab. V.  
Fig. 3.

quae non nisi vi infinita redigi possit. Repraesentet scilicet recta  $AB$  minimam densitatem,  $AC$  vero maximam densitatem aëris, quarum illi vis comprimens nulla, huic vero infinita respondeat, atque manifestum est, si densitas quaecunque media  $AP$  aëri inducatur a vi comprimente per applicatam  $PM$  repraesentata, quatenus scilicet datae basi innititur, tum puncta  $M$ , reperiri in eiusmodi linea curva  $BMV$ , quae in  $B$  axem  $AC$  tangat, neque ultra versus  $A$  porrigatur, tum vero ab axe continuo recedat, et rectam  $CD$  in  $C$  axi normalem habeat pro asymptota neque etiam ultra eam continetur. Huiusmodi lineae curvae innumerabiles excogitari possunt, veluti si posita densitate minima  $AB=b$  et maxima  $AC=c$  vocetur densitas quaecunque  $AP=x$  et pressio ei conveniens  $PM=y$  ista aequatio  $yy=nn\frac{(x-b)^2}{c-x}$  seu  $y=n(x-b)\sqrt{\frac{x-b}{c-x}}$  his conditionibus satisfacit, si enim  $x=b$  fit  $y=0$  si  $x=c$  fit  $y=\infty$  et ultra hos terminos valor ipsius  $y$  prodit imaginarius.

Scho-



## Scholion 3.

19. Ista formula analytica rem nobis aperit maximi momenti, cum ea non solum aëris indolem nobis illustret, sed etiam simul aquae naturam, quantumuis ea diuersa videatur in se complectatur. Si enim minimam densitatem  $AB=b$  et maximam  $AC=c$  inter se aequales fieri ponamus, habebimus hanc aequationem  $y=n(x-b)\sqrt{\frac{x-b}{c-x}}$  quae necessario inuoluit conditionem  $x=b$  ita ut densitas tum perpetuo maneat eadem, quaecumque fuerit pressio  $y$ . Ita aqua et aër hoc tantum a se inuicem discrepare sunt censendi, quod in aëre maxima et minima densitas, cuius est capax, plurimum a se inuicem distent, in aqua autem inter se conueniant. Quare si aliae concipiantur materiae aëri similes, quarum densitates maximae et minimae continuo propius ad se inuicem accedant, ita ut interuallum  $BC$  continuo minus sit accipiendum, hoc modo continuo propius ad naturam aquae accedetur, quippe quae hinc reuera resultabit interuallo  $BC$  penitus euanescente. Plurimum autem intererit hanc circumstantiam probe obseruasse qua tam aëris quam aquae natura eidem formulae analyticae subiiciuntur, ita ut haec duo fluida non vniuersa natura sed tantum gradu a se inuicem discrepare sit iudicandum. Quae ergo in genere de fluido quocumque cuius densitas maxima et minima quocumque interuallo discrepant, tradentur, ea aequae ad aërem atque ad aquam accommodari poterunt.

## Conclusio.

26. Praecipua ergo fluidorum varietas in eo discrimine est constituenda, quod inter densitatem minimam et maximam cuius quodque fluidum capax est, intercedit; tum vero etiam in ea lege, qua a quavis pressione fluido certa densitas inducitur.

## Explicatio.

21. Quae hic de densitate afferuntur, de fluidis tantum homogeneis sunt intelligenda, quae per totum spatium, quod implere concipiuntur, eadem densitate sint praedita; si enim fluidum ex diuersis materiis constaret, de cuiusque partis densitate iudicium seorsim esset ferendum. Dum autem materia homogenea consideratur, eius densitas ex tota massa per volumen, quod occupat, diuisa aestimari debet, ita ut manente massa eadem, densitas volumini reciproce proportionalis sit censenda. Hinc minima cuiuspiam fluidi densitas ex eo volumine colligi debet, in quod certa eius massa, dum a nullis viribus vrgetur, se expandit, massam scilicet per hoc volumen diuidendo, maxima vero densitas simili modo ex eo volumine, in quod eadem massa a vi infinita coarctatur. Quare aqua eiusmodi fluidum est dicendum, cuius maxima et minima densitas sint inter se aequales, ita ut eius densitas a nullis viribus ullam mutationem patiatur. In aëre autem hae duae densitates maxime discrepant minima enim  
certe

certe plus quam millies minor est censenda ea quam sentimus, dum aër a pondere atmosphaerae comprimitur, maxima autem densitas, ad quam viribus non nisi infinitis redigi posset, si auri densitati aequalem aestimemus, quasi quindecies millies statum naturalem superaret; ficque maxima densitas aëris foret ad minimam vt 15000000 ad 1. ex quo immensum discrimen inter aquam et aërem colligere licet.

### Scholion 1.

22. Per se manifestum est, quomodo in tanto intervallo inter binas densitates extremas, omnibus pressionibus ab evanescente, ad infinitam vsque, cuique sua definita densitas convenire possit, cum id ex formula §. 18. exempli loco allatâ clarissime perspiciatur. Verum quomodo eadem formula ad naturam aquae sit accommodanda, ita vt pro omnibus pressionibus eadem prædeat densitas, non tam perspicue intelligitur, quia posito  $c = b$  formulæ  $y = n(x - b) \sqrt{\frac{x - b}{b - x}}$  valor vel imaginarius vel nullus esse videtur. Ad hoc dubium autem diluendum statuamus differentiam minimam inter densitatem minimam  $b$  et maximam  $c$  sitque exempli gratia  $b = 1000000$  et  $c = 1000010$ ; dum pro omnibus densitatibus vires respondentes  $n$  ita se habebunt, scilicet cum densitati  $x$  conveniat pressio  $y = n$ .

S s 2

(x -

$(x - 1000000) \sqrt{\frac{x - 1000000}{1000010 - x}}$  sequens tabella nodum  
soluet sumto  $n = 100$

densitas $x$	pressio $y$
1000000	0
1000001	$33\frac{1}{2}$
1000002	100
1000003	196
1000004	326
1000005	500
1000006	735
1000007	1069
1000008	1600
1000009	2700
1000010	$\infty$

Quia enim hinc patet quomodo pressiones diversis-  
simae densitates proxime aequales producere possunt,  
facile intelligitur discrimen in densitate profus eua-  
nescere posse.

### Scholion 2.

23. Non semper vi actuali, qualem supra  
embolo applicatam sumus contemplati, opus est ad  
aërem aliaue similia fluida in dato statu pressio-  
nis conseruando. Si enim ponamus aërem in vase A B  
C D E F ope vis embolo O applicatae in statum  
aequilibrii esse redactum, vt iam vbique quaqu-  
versus eandem vim exercent, embolum subito vasi  
agglutinari concipiamus, vt iam perinde sit siue  
folli-

sollicitetur nec ne? ac remota vi illa manifestum est aërem vasi inclusum in eodem statu perseverare, atque easdem pressiones in latera vasis exerere, ex quo iam clarissime intelligitur, has pressiones vnice densitati aëris in vase inclusi esse tribuendas, ita ut quatenus aër ad certum densitatis gradum fuerit redactus, eatenus etiam quaquaversus easdem vires exercent, quibus opus est ad istam densitatem aëri inducendam. Ad aquam quidem idem ratiocinium haud transferri posse videtur, si enim dum aqua in eodem vase ab embolo vim quamcunque sustinet, embolus subito cum vase coalescat, aqua etiam simul nullam amplius pressionem sentire videtur. Verum quia statim ac aquae minimam compressionem concedamus, hoc quoque phaenomenon exhiberi debet, dubium nullum esse potest, quin etiam in vera aqua locum habere debeat, sed ob aliam rationem effectus mox evanescere debet, quantaecunque enim fierent vires quas latera vasis durante pressione emboli sustinerent, si embolo conglutinato concipiamus latera vasis his viribus vel minimum cedere, quod reuera fieri tuto assumere licet, tum aqua simul omnes has vires amittet. Hanc igitur veram causam esse intelligi oportet, cur embolo vasi affixo aqua subito nullas amplius vires pressionis exercent.

### Phaenomenon 3.

24. Omnis generis fluida a calore in maius spatium expandi, a frigore autem in minus spatium

contrahi experientia declarat, quatenus quidem ob vires sollicitantes hoc fieri licet.

### I l l u s t r a t i o .

Quae fluida aquae sunt similia quorum densitas a nullis viribus comprimentibus alteratur, ea tamen aucto calore in maius spatium ita expanduntur, ut nulla vis hunc effectum coercere valeat, minuto autem calore effectus contrarius producit densitas ergo a calore minuitur a frigore augetur. In fluidis autem aëri similibus hoc phaenomenon ita se habet, ut aucto calore ea tantum in maius spatium se expandere conentur, ac tum demum se actu expandunt, quando vires comprimentes hunc effectum non impediunt. Cum igitur ante viderimus, in aëre quemvis densitatis gradum cum certa pressione esse coniunctum, id eatenus tantum est intelligendum, quatenus aër in eodem caloris statu versatur, caloris enim mutatione haec regula vehementer perturbatur. Aucto namque calore dum densitas manet eadem, pressio augetur: dum autem pressio manet eadem, densitas minuitur, contrarium vero euenit calore imminuto, ita ut tum densitate manente eadem pressio debilitetur, pressione autem eadem manente densitas augeatur. Apprime haec conueniunt cum iis quae in physicis tradi solent, si modo loco pressionis elasticitatem substituamus, quoniam enim sub notione pressionis elasticitas commodissime comprehenditur, ideas hic eo minus multiplic-

plicare nolo, vt eadem principia tam ad aquam quam aërem accommodari queant.

### COROLL. 1.

25. Etsi ergo densitas aquae omni virium comprimantium actioni resistit, tamen non pro constanti est habenda, quia cum calore aliquantillum variatur, ita vt pro quouis caloris gradu peculiaris densitas aquae sit tribuenda.

### COROLL. 2.

26. In aëre autem iam non amplius pressio a sola densitate pendet, sed insuper caloris ratio habenda est, quo aucto eadem densitas maiorem pressionem postulat, minuto vero minorem. Pressione autem seu elasticitate eadem manente, calor auctus aërem in maius spatium distendens, eius densitatem diminuit.

### COROLL. 3.

27. Si ergo aër non semper vel vbique eodem calore est praeditus, pressio qua pollet, tanquam functio spectari debet tam densitatis quam caloris, ideoque tanquam functio duarum quantitatum variabilium, qua vtraque crescente augeatur, vtraque vero decrecente minuatur.

Scho-

## Scholion I.

28. Quod si ergo densitatem littera  $q$  calorem vero littera  $r$  designemus, pressio autem littera  $p$  repraesentetur, qua vel vis in datam basin agens indicetur, vel potius altitudo columnae certae cuiusdam materiae constantis, cuius pondus aequatur, vi prementi quaecunque fuerit basis quandoquidem hoc modo quantitas baseos ex calculo extruditur. His igitur positis quantitas  $p$  vt functio binarum  $q$  et  $r$  est spectanda, de cuius natura hoc tantum nouimus quod crescente vtraque  $q$  et  $r$  etiam  $p$  augeatur. Quomocunque autem quantitas  $p$  ab istis binis  $q$  et  $r$  pendeat, ea per applicatam cuiusdam superficiei sequenti modo repraesentari poterit. Sumta enim super recta  $AD$  portione  $AR = r$  et in plano tabulae ordinata illi normali  $RQ = q$  ex  $Q$  eodem plano perpendicularis erigatur  $QP = p$  haec in certa quadam superficie terminabitur, cuius natura si esset perspecta, pro quouis alio calore  $Ar$  aliaque densitate  $r q$  applicata, ibi ad hanc superficiem erecta  $qp$  pressionem veram esset exhibitura. Pro quouis autem calore  $AR = r$  in recta ad eam normali tam densitatem minimam  $RM$  quam aër tum a nullis viribus pressus induit, quam maximam  $RN$  quae ipsi a viribus adeo infinitis inducitur notari conuenit, quoniam applicata  $QP = p$  in  $M$  euanescit in  $N$  vero fit infinita, quod si simili modo in  $m$  et  $n$  eueniat, superficies in punctis  $M$  et  $m$  planum tangens inde versus  $N$  et  $n$  progrediendo conti-

Tab. V.  
Fig. 4.



continuo eleuabitur, vt in ipsis punctis N et n ad altitudinem infinitam exurgat: vltra hos terminos autem nusquam porrigetur. In axe A D sine dubio quoque huiusmodi duo termini dantur, quorum alter minimo, alter vero maximo calori respondet, quem quidem aër recipere potest: sicque tota superficies spatio cuidam finito in plano tabulae imminebit.

Scholion 2.

29. Quemadmodum autem supra relationem inter densitatem  $q$  et pressionem  $p$  dedimus quae non adeo a veritate abhorreere videtur, ita nunc etiam calorem introducendo simili formula rem illustrare poterimus ponendo:

$$p = n(qr - A) \sqrt{\frac{qr - A}{B - qr}}$$

existente B quantitate constante maiore quam A. Hinc enim pro quolibet calore  $r$  si densitas fuerit  $q = \frac{A}{r}$  pressio  $p$  euanescit, eritque adeo haec densitas minima isti gradui caloris conueniens, pro densitate autem  $q = \frac{B}{r}$  pressio fiet infinita, haecque propterea densitas maxima eiusdem caloris: tum vero etiam haec formula declarat, quando densitas fuerit calori reciproce proportionalis, vt  $qr$  aequetur quantitati constanti mediae inter limites A et B pressionem  $p$  fore eandem, sicuti experientia postulare videtur. Quod si ergo haec formula phaenomenis aëris satisfaciât, hic imprimis notandum est

eam quoque ad aquam egregie pertinere, dummodo quantitas constans  $B$  ipsi  $A$  aequalis statuatur, tum enim perpetuo fit oportet  $qr = A$  seu densitas calori reciproce proportionalis, et simul omni pressioni locus conceditur. Ex consideratione vero etiam generali § praec. natura aquae obtinetur, si pro quovis gradu caloris termini densitatis  $M$  et  $N$  evanescant, tum enim tota superficies fiet cylindrica plano tabulae normaliter insistens, quo indicatur cuique calori determinatam densitatem respondere, cui omnes pressiones ab evanescente usque ad infinitam aequae conveniunt.

### Scholion 3.

30. Pro praxi autem, nisi densitas aëris fit vel nimis magna vel nimis parva, quoniam tum manente calore pressio proxime ut densitas est, manente densitate autem, calori proportionalis aestimari potest, quandoquidem certior ratio calorem metiendi adhuc latet, poni conveniet  $p = nqr$  ita ut pressio rationem sequatur compositam densitatis et caloris. Verum ut haec formula etiam ad aquam accommodari possit, generalius poni potest:

$$p = A + m(nqr - A)$$

vnde fit  $p = nqr$  si sumatur  $m = 1$ , qui valor itaque naturae aëris convenire censendus est. Pro aqua autem hunc numerum  $m$  infinitum capi oportet, indeque perspicuum est, nisi pressio  $p$  sit infinita, neces-

necessario esse debere  $nqr = A$  ita ut pro quouis caloris gradu aqua certam condensationem recipiat: tum vero ob  $m = \infty$  et  $nqr - A = 0$  valor ipsius  $p$  prorsus manet indeterminatus, neque vlla pressio valebit eam aquae densitatem, quae ipsi pro caloris gradu conuenit, vel minimum immutare. Quamcunque autem legem sequi libuerit, id satis iam est perspicuum, naturam aquae non adeo a natura aëris discrepare, ut non commodissime eidem generi subiici queant: quod quidem in sequenti tractatione est maximi momenti, ut quaecunque in genere tam circa aequilibrium, quam motum inuestigauimus, deinceps aequae ad aërem atque ad aquam transferri queant. Nihil igitur hic interest, siue dentur fluida mediae cuiusdam naturae inter aquam et aërem, quae a viribus urgentibus quodammodo condensari se patiantur siue minus? ac Theoria a praxi remota semper aequae subsistere censenda est. Id tantum tenendum est in sequentibus perpetuo fluida perfecta considerari per quae omnes pressiones quaquaersus aequaliter diffunduntur.