cludit, peccandi volunt[illegible] deliquisse virum, a malitiæ autem consiliis desertum, re vera uxori suæ vitæ ac valetudinis liberum jus usumque integrum reliquisse, unde etiam capitis absolutus, ad triremes reus ablegatus fuit. Consultatio *quarta*, quæ ab eodem Autore Italico sermone elaborata fuit, ostendit casum de infante cum umbilico non ligato sub acervo ruderum ædificii mortuo reperto. Fœmina junior gravida latere impingit in scalam, post octo dies puerum mortuum partu elidit, quem sub acervum ruderum ædificii condit, ubi quidem inventus est. Ad judicium delata res fuit. Sectione itaque legali instituta, pulmones, fundum aquarum petentes, inventi fuerunt. Cum tamen huic phænomeno, post undecimum a morte diem observato, non confiderent judices; Autor ostendit, fœminam, utpote maritatam, non opprobrii causa partum supprimere debuisse; & porro monet, quanta mala in gravidis a casu & contusione abdominis oriri queant; umbilici ligaturam non necessariam esse, &, lac in mammis non fœtum vivum indicare, urget. Tandem, pulmones, in hoc casu fundum petentes, fœtus, docet, in utero mortui signum certum esse, cum post corruptionem potius in aquis eleventur; ex quibus omnibus concludit, fœtum mortuum in lucem editum fuisse. Judices igitur & fœminam & maritum ex carcere dimiserunt.

L. E. SOLUTIO PROBLEMATIS CATOptrici, in his Actis A. 1745 Mense Septembri P. I pag. 523 propositi.

Problema hoc, quo quæritur curva circa datum punctum lucidum describenda, ut singuli radii post geminam reflexionem ad curvæ perimetrum passi in ipsum punctum lucidum revertantur, ad id genus pertinet, ut ex data relatione, quæ in bina curvæ puncta æqualiter competat, eruantur lineæ curvæ continuæ, hac ipsa proprietate præditæ. Ex quo genere jam plura exstant Problemata in his *Actis* proposita & soluta; inter quæ inprimis numerandum est Problema trajectoriarum reciprocarum, cujus plurimæ solutiones his *Actis* reperiuntur insertæ; ex quibus Analysis non contemnenda augmenta accepisse jure videtur. Plures autem in solutione hujusmodi Problematum occurrunt difficultates; quarum præcipua in constitutione continuitatis versatur; cui etiamsi satisfiat, tamen plerumque ad æquationes differentiales adeo complicatas pervenitur, ut difficillimum sit, ex iis curvas simpliciores, Problemati satisfacientes, atque inprimis algebraicas, elicere; quæ difficultas altera potissimum in Problemate trajectoriarum reciprocarum sese obtulit. Quodsi autem præsens Problema catoptricum cum illo conferatur, hoc multo magis absconditum videtur, cum formulæ analyticæ, quas natura reflexionis pro binis illis reflexionum punctis suppeditat, admodum fiant intricatæ, elementisque differentialibus inquinatæ, ut vix via patere videatur, eas ad aliquam curvæ continuitatem accommodandi; unde longe magis arduum videri debebit, curvas algebraicas, quæ Problemati satisfaciant, exhibere. Interim tamen peculiaris methodus, qua hoc Problema sum aggressus, non solum me ad cognitionem omnium curvarum satisfacientium manu duxit, sed etiam curvas algebraicas omnes, quibus Problema solvi potest, formulis analyticis non nimis complicatis involutas, suggessit; quas hic, celata tamen analysi, communicabo, ne aliis occasionem adimam, vires suas in hoc Problemate elegantissimo, & cujus enodatio plurimum utilitatis Analysi polliceri videtur, exercendi, suamque tesseram ad augmentum scientiæ conferendi.

Quæruntur ergo curvæ AMBN (Fig. 1) circa punctum radians C describendæ, ut singuli radii CM, ex C emanantes, postquam in M & N duplicem reflexionem sint passi, in idem punctum C revertantur. Ad has curvas inveniendas sumta variabili u capiatur ejus functio quæcunque v ita comparata, ut, si loco u ponatur $-u$, functio v abeat in $-v$, cujusmodi functiones sunt αu; αu^3; αu^5; &c. item $\frac{\alpha + \beta uu}{u}$, $\frac{\alpha u + \beta u^3}{\gamma + \delta uu}$ &c. quas functiones impares appellare soleo: atque ex

TAB. II Fig. 1.

ex his quantitatibus u & v ſumtis pro lubitu duabus conſtantibus a & c coordinatæ orthogonales $CP = x$, & $PM = y$, curvæ ſatisfacientis cujuscunque ita exprimentur, ut ſit:

$$CP = x \; \frac{-u(a-v)}{c} + \frac{2dv(cc-uu)}{cdu} + \frac{udv^2(cc-uu)}{cdu^2(a-v)}$$

$$PM = y = \left(a - v + \frac{2udv}{du} - \frac{dv^2(cc-uu)}{du^2(a-v)}\right)\frac{\sqrt{(cc-uu)}}{c}$$

eritque $CM = a - v + \dfrac{dv^2(cc-uu)}{du^2(a-v)}$.

Factis autem u & v negativis, hæ eædem formulæ exhibebunt coordinatas CQ & QN, alteri puncto reflexionis N reſpondentes, ſiquidem & ipſi $\sqrt{(cc-uu)}$ valor negativus tribuatur; unde ſimul intelligitur, hæc bina puncta M et N in eadem curva continua eſſe poſita. Si igitur pro v accipiatur functio algebraica ipſius u, curvæ prodibunt algebraicæ, tranſcendentes vero habebuntur, ſi v capiatur functio tranſcendens ipſius u. Notandum hic eſt, ſi ponatur $v = u$, curvam quæſitam fieri ellipſin, alterum focum in puncto C habentem, quæ eſt ſolutio obvia & ſimpliciſſima, hocque caſu radius reflexus MN axem AB conſtanter in eodem puncto R interſecabit; reliquis vero caſibus hi radii reflexi MN cauſticam quandam formabunt, cujus figuram aſſignaſſe, operæ pretium eſt, quoniam viciſſim ex idonea harum cauſticarum forma ipſas curvas, Problemati ſatisfacientes, definire licet.

Omnes quoque has curvas, quibus quæſtioni ſatisfit, generatim per conſtructionem geometricam deſcribere licet, ſequenti modo: Conſtruatur (*Fig. 2*) curva quæcunque DCD,
TAB. II Fig. 2. circa punctum C habens ramos, alternatim oppoſitos, CD, CD' ſimiles & æquales, cujusmodi eſt parabola cubicalis $y^3 = aax$, vel linea recta $y = nx$, vel etiam ſectio conica quæcunque, centrum in C habens, in hunc finem adhiberi poterit. Tum centro C radio arbitrario deſcribatur circulus $AEBF$, ductaque ad quodvis curvæ aſſumtæ punctum K tangente KT, huic per F recta parallela agatur FR axi AB occurrens in R. Deinde per K ducatur axi AB parallela KL, circulum in L ſecans, per quod punctum L producatur radius CL, in eumque ex R perpendicularis demittatur RV, quæ producatur in O, ut ſit recta $RO = GT$, exiſtente G puncto conſtante in axe AB pro lubitu aſſumto; denique conſtituatur angulus $OCM =$ ang. O, ut ſit $CM = OM$, erit M punctum in curva quæſita, cujus cum recta AB futura ſit diameter orthogonalis, ſufficiet, ejus portionem ad alteram tantum axis AB partem deſcripſiſſe. Si loco curvæ DCD ſumatur linea recta quæcunque per C ducta, punctum T perpetuo in ipſo puncto C erit poſitum, ideoque recta GT erit conſtans, cui recta $RO = RM + CM$ erit æqualis. At punctum R ob FR ipſi KT parallelam pariter erit fixum, unde hoc modo formabitur ellipſis, focos habens in C & R & axem tranſverſum $= GC$. Ceterum hic in genere monendum, per hanc conſtructionem, qua curvæ punctum M determinavimus, rectam RM ſimul definire poſitionem radii reflexi, qui radio CM reſpondeat; ſicque rectam, angulum CMR biſecantem, fore normalem ad curvam in puncto M. Demonſtrationem hujus conſtructionis tum facilis dabo, quando totius ſolutionis meæ analyſin communicabo.

Conſtructio ſuperior ſequenti modo concinnior reddi poteſt. Poſtquam tangenti KT parallela eſt ducta FR, & ex R ad CL perpendiculariter acta $RVO = GT$, Juncta recta CO biſecetur in S ad eamque ex S normalis ducatur SM, rectam RO in M interſecans, erit cum M punctum in curva quæſita, tum recta SM tangens hujus curvæ in M; ſicque non ſolum ſingula curvæ puncta M, ſed etiam tangentes curvæ, ubique determinantur. Unde perſpicitur, ſi curva aſſumta DCD fuerit algebraica, curvam, hoc modo deſcriptam, quoque fore algebraicam. Deinde ex eadem curva DCD, pro lubitu aſſumta, ob quantitates CA & CG arbitrarias infinitæ curvæ ſatisfacientes elici poſſunt, quin etiam, manente poſitione curvæ DCD, rectam quamvis, per C ductam, pro axe aſſumere licet. Unde denuo infinita varietas naſcitur.

ACTII SYNCERI SANNAZARII, NEA-

 politani