

## LETTRE I.

SOMMAIRE. Nomination de Hermann à la chaire d'Ethique à Bâle. — Recherches d'Euler sur le mouvement des eaux et la vitesse du son. — Expériences faites à St.-Petersbourg sur la projection verticale des boulets de canon. Réflexions de Daniel et de Jean Bernoulli sur cette matière. — Mémoire de Fatio sur le centre d'oscillation et de percussion. — Valeur de la formule  $y = (-1)^x$ . — P. S. Rectification d'une erreur de Daniel dans le problème du mouvement des projectiles. — Mémoire sur le mouvement, envoyé par Jean Bernoulli. — Exhortation.

Doctissimo atque ingeniosissimo Viro Juveni  
LEONHARDO EULERO S. P. D. JOH. BERNOULLI.

Pergratae fuerunt litterae Tuae Petropoli ad me datae die 5. Novembris st. v., quae me certiolem reddiderunt meam memoriam in Te nondum esse obliteratedam neque temporis, neque loci longinquitate; si quid, ut agnoscis, in sublimiori mathesi a me profecisti, gaudeo, eoque magis, quod pro ea qua es ingenii felicitate, mirum in modum illud amplificas, quo spero futurum ut semina a me sparsa brevitempore in immenses abeant segetes, quid enim a fundi Tui fertilitate expectare non licet? Dedi 20. praeteriti mensis Decembris

\*

litteras ad filium meum Danielelem, quas eum accepisse spero : significabam in illis electionem Celeb. Hermann\*) ad professionem Ethices, atque monebam ut huic viro meo nomine ea de re gratularetur, quod factum fuisse non dubito; nunc idem ut repetas apud illum enixe Te rogo, cum plurima salute meis verbis illi denuncianda, non minus quam Filio meo. Gratias ago pro perscripta crisi iniqua et fastuosa quam H...\*\*) noster de me meisque editis scriptis tam inhumaniter ad Te dixit. Dabitur occasio, eam illi pro merito exprobrandi, atque invidi hominis iudicio opponendi iudicium mihi perquam honorificum tot aliorum virorum in mathematicis et anatomicis celeberrimorum. Quae de motu aquarum effluentium ut et de velocitate soni memoras, digna utique sunt ut excolas. Nullus dubito quin si recte tractentur, omnia quae experientia monstrat ex Theoria mea virium vivarum deduci possint. Scripsit nuper Daniel meus facta fuisse experimenta, circa globos tormentarios in altum verticaliter explosos, eaque occasione communicavit quaedam a se commenta de modo supputandi tempora ascensus et descensus, habita ratione resistentiae aëris: Dicit inter alia se demonstrare posse globum verticaliter explosum, licet vi infinita, hoc est, cujus velocitas initialis infinita sit, impendere tamen tempus tantum finitum in totum ascensum absolvendum in aëre resistente; Ego vero ex eo tempore meditatus detexi methodum determinandi quaecunque circa hanc materiam desiderabat Filius. Notabo hic summatim tantum pro casu proposito principaliora, communicaturus methodum

\*) Jacques Hermann, membre de l'Académie de St.-Petersbourg, Auteur de la *Phoronomie* (Amsterdam 1716. 4<sup>o</sup>), né à Bâle en 1678, † dans cette même ville en 1733.

\*\*) Ce nom propre est illisible dans la lettre originale.

ipsam forsā proxima vice qua ad Danielem scribam. Esto globus ferreus, qualis Petropoli adhibitus fuit, habens diametrum 3 poll. seu  $\frac{1}{4}$  ped. Paris. (assumo hic mensuram Paris. quia haec mihi nota est, non item anglica). Suppono aërem per omnes dimensiones uniformiter densum, cujus densitas se habeat ad densitatem ferri ut 1 ad 7000, quemadmodum Filius assumit (quamvis verius se habeat ut 1 ad 6000), suppono etiam aërem esse perfecte elasticum, cujus nempe minimae particulae, ceu globuli consideratae, potentissimo elaterio sint praeditae; aliter enim se res haberet, quam hic descripturus sum, si aër esset instar fluidi non elastici ut aquae, cujus nempe particulae post impulsum in corpora non resilirent sed tantum a sequentibus ad latera remove-  
rentur et postea praeterlaberentur. Suppono item quod calculus et experientia ab Hugenio instituta docet, corpus grave a quiete cadens in vacuo descendere primo minuto secundo per  $15\frac{1}{2}$  ped. Paris. Ponamus jam exempl. gr. globum tanta vi sursum explodi ut in vacuo ascendere posset per 1000 ped. His ita praemissis dico sequentia: 1. Ad ascensum 1000 ped. in vacuo requiritur tempus  $8\frac{1}{8}$  sec. est enim

$$\sqrt{15\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1000} :: 1.8\frac{1}{8}$$

quam proxime. 2. Idem globus eadem vi explosus in aëre resistente ascendet ad altitudinem  $587\frac{5}{8}$  ped. 3. Pro hoc ascensu in aëre requiruntur  $5\frac{3}{4}$  sec. quam proxime. 4. Pro subsequente descensu insumuntur  $6\frac{1}{2}\frac{7}{8}$  sec. ita ut uno fere secundo citius ascendat quam descendat. 5. Hinc a momento explosionis ad momentum recidentiae globi elabentur  $12\frac{55}{100}$  sec. in aëre, sed in vacuo  $16\frac{1}{2}$  sec.; differentia est  $3\frac{149}{200}$ , seu proxime  $3\frac{1}{2}$  sec. quibus in vacuo serius recidit quam in aëre. 6. Si globus noster careret pondere et suam tantum quantitatem materiae retineret, ille pergeret moveri in infinitum, sed

ita retardaretur, ut post percursos pedes 4667 *L. n.* : 17371780 ipsi residua foret velocitas quae se haberet ad velocitatem initialem ut 1 ad *n* (per *L. n.* intelligo logarithmum numeri *n* ex tabulis logarithm. sumendum). Hoc nihil aliud est quam casus particularis formulae illius generalis quam dedi in dissertatione mea de motu Cap. XII §. 13. 7. Tempus vero, quo globus noster non gravis percurreret hanc altitudinem, foret  $= 228683 \times \overline{n-1} : 48000$  sec. 8. Velocitas maxima, ad quam globus descendens in aëre continuo vergit, et quidem data quavis quantitate propius, si in infinitum descenderet, se habet ad velocitatem initialem quacumque exploditur ut 64 ad 80. Adeoque descendendo in aeternum primam suam velocitatem nunquam recuperabit globus. 9. Hinc velocitas illa, quae tempore infinito acquireretur in aëre, aequalis est illi, quam globus acquireret si in vacuo caderet ex altitudine  $583\frac{5}{8}$  ped. h. e. uno tantum pede majore quam est ascensus in aëre quem quippe invenimus esse  $582\frac{5}{8}$  ped. 10. Velocitas initialis est ad velocitatem finalem, quam nempe acquirat globus recidens ad eundem locum unde fuit explosus, ut 135 ad 82. Hinc velocitas finalis ad velocitatem maximam ad quam non ut 1312 ad 1645, h. e. proxime ut 4 ad 5.

Communica haec quaeso cum Daniele meo, ut conferat cum suis, dicasque ei Illustr. Comitem à Pergeu desiderare, ut describi curet dissertationem illam gallicam de centro oscillationis et percussionis, quam olim Ill. Christophorus Fatio sub ductu et auspiciis meis conscripserat et cujus apographum mihi traditum mei filii Petropolim abeuntes secum deportarunt. Quando descripta erit, poterit Daniel alteruter exemplar commoda sed prompta et tuta occasione ad me transmittere, alterum sibi retinere.

Quaeris de  $y = (-1)^x$ , quid illa sit? Ego sic statuo:

sit  $y = (-n)^x$ , erit  $ly = \alpha l(-n)$ , adeoque  $\frac{dy}{y} = d\alpha l(-n)$ .  
Est vero  $l(-n) = l(+n)$ , nam in genere

$$dl(-z) = \frac{-dz}{-z} = \frac{+dz}{+z} = dl(z), \text{ hinc } l(-z) = l(z);$$

adeoque  $\frac{dy}{y} = d\alpha l(+n)$ , et integrando  $ly = \alpha ln$ , unde  
 $y = n^\alpha = (\text{in casu quo } n = \pm 1) 1^\alpha = 1$ . Ergo  $y = 1$ .

Caeterum novi anni auspicia, decursum ac finem cum multis aliis sequentibus ex animi sententia Tibi procedere voveo. Vale et fave. Dabam Basileae a. d. 9 Jan. 1728.

*P. S.* Filius meus credit globum in aëre sursum explosum vi licet infinita vel cujus velocitas initialis infinite sit magna, tamen nonnisi tempus finitum insumere in ascensum totalem, sed fallitur; invenio enim in hoc casu tempus ascensus esse etiam infinitum, quamvis (quod forsitan illum fefellit) sit infinities minus, quam tempus ascensus in vacuo, si eadem illa velocitate initiali infinita exploderetur. Misi nuper per cursorem publicum specimen meum gallicum de Motu ad Clar. Schumacherum, Bibliothecarium vestrum, ab Illustri Academia vestra examinandum. Adventaverit fortassis ante has litteras. Spero te alere pacem et concordiam cum Filio meo, ita enim ambo excitabitis admirationem vestri apud minus exercitatos in profundiori mathesi: praeter quam quod hoc suadeat obligatio erga Filium qui unicus Petropolim te protraxit.

---