LETTRE CLXII.

=

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE Amendement à ce théorème

St. Petersburg d. 24. Januar 1756.

So leid es mir ist, dass ich Ew. durch mein unrecht abgeschriebenes theorema einige Mühe verursacht habe, so lieb ist es mir hingegen, dass sie selbiges Ihrer Untersuchung werth gehalten, denn wenn Sie nichts darauf geantwortet hätten, würde ich auch gewiss nicht mehr daran gedacht haben, Nachdem ich solches aber auf Dero Veranlassung wieder übersehen, so habe ich zuletzt bemerket, dass es unendlich generaler gemacht werden kann, und der bey einer andern Gelegenheit von mir angeführte Vers: *Si non errasset, fecerat ille minus* findet hier abermal Statt. Es soll heissen: Si $aa+bb=PP+eQQ$, ubi P et Q sint numeri rationales, poterit etiam fieri

$$aa+(b+2em(mb-mP-Q))^2=MM+eNN,$$

ita ut M et N sint rationales, modo pro m sumatur numerus rationalis. In dem von Ew. angeführten ersten Exempel, woselbst $a=1$, $b=4$, $P=3$, $Q=2$ und $e=2$, wird $1^2+4^2=3^2+2.2^2$, ergo etiam $1^2+(4+4mm-8m)^2$ seu $1^2+2^2(m-1)^4=MM+2NN$ de quo dubitare nefas. In dem andern exemple, wo $a=9$, $b=4$, $P=7$, $Q=4$, $e=3$, oder $9^2+4^2=7^2+3.4^2$ wird

$$9^2+(4-24m-18mm)^2=M^2+3N^2,$$

welches gleichfalls eine gewisse Wahrheit ist. So oft nun

$$aa+(b+2em(mb-mP-Q))^2$$

ein numerus primus ist, so kann er diese Form $MM+eNN$ haben, wenn gleich $aa+bb$ kein numerus primus ist . . . .

Goldbach.